ERKLÄRBÄR

Serie Elektronik · Folge 4 · Advanced

ADVANCED

LEHRERINFO ZUM VIDEO · GYMNASIUM / MATURA / ABITUR

Der Kondensator – Advanced

FACH	STUFE	DAUER	VIDEO
Physik	Gymnasium, Sek II	16:32 min	youtube.com/@Erklaerbaer

01 Lernziele

Nach dem Video können die Schülerinnen und Schüler …

- die Kapazität $C = Q/U$ deuten und mit $C = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot A/d$ für Plattenkondensatoren berechnen,
- die Wirkung eines Dielektrikums erklären und Elko, Keramik-, Folien- und Superkondensator einordnen,
- die Energie $W = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2$ aus dem U-Q-Diagramm begründen und anwenden,
- aus der Maschenregel die Differenzialgleichung des Ladevorgangs aufstellen und die Lösung $u_C(t) = U_0 \cdot (1 - e^{-t/\tau})$ prüfen,
- Lade- und Entladekurven lesen (63 %, Tangente, Halbwertszeit $t_{½} = \tau \cdot \ln 2$) und Zeiten mit dem Logarithmus berechnen,
- Kondensatoren in Reihe und parallel zusammenfassen und den Ladeelko eines Netzteils dimensionieren.

02 Voraussetzungen

Kondensator, Kapazität und $\tau = R \cdot C$ anschaulich (Folge 4 Grundlagen), Maschenregel (Folge 2 Advanced), Exponentialfunktion und natürlicher Logarithmus; Ableitung der e-Funktion für die Herleitung.

03 Ablauf des Videos

ZEIT	KAPITEL	INHALT
0:00	Einstieg	Kamerablitz: zwei Batterien, 15 kW für 1 ms PAUSE-FRAGE · 15 J / 0,001 s · Ident · Serien-Fahrplan
1:06	Was du brauchst	Platten, ±Q, Feld · $C = Q/U$, 1 F = 1 C/V · kein Strom durch den Isolator
1:48	Der Plattenkondensator	$C = \varepsilon_0 \cdot \varepsilon_r \cdot A/d$ · 10 cm × 10 cm, 1 mm Luft → 89 pF · 1 F bräuchte ≈ 113 km²
2:56	Das Dielektrikum	Polarisation · ε_r von Luft, Folie, Keramik · Elko: Oxidschicht, Polung, Durchschlag · Superkondensator
4:11	Energie im Feld	U-Q-Diagramm · $W = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2$ · Blitz 330 µF / 300 V ≈ 15 J · halbe Spannung PAUSE-FRAGE · Verlust beim Laden über R

5:39	Die Ladekurve herleiten	Maschenregel → Differenzialgleichung · $u_C(t) = U_0(1 - e^{-t/\tau})$ · Probe · i(t)
6:54	Die Kurve lesen	63 / 86 / 95 / 99,3 % · Anfangstangente · Entladen: 37 % nach 1 τ · $t_{½} = \tau \cdot \ln 2$
7:49	Rechnen wie in der Prüfung	10 kΩ, 100 µF, 12 V: τ, I_0, u(2 s) · Zeit bis 9 V mit ln · Plausibilität · 1000 µF / 4,7 kΩ PAUSE-FRAGE
9:40	Reihe und parallel	$C = C_1 + C_2$ · $1/C = 1/C_1 + 1/C_2$ · 100 und 220 µF → 69 µF · Superkondensator-Modul
10:46	In der Technik	Kondensatormikrofon · Defibrillator · Keramikkondensatoren im Handy
11:25	Projekt-Baustein	Ladeelko · Brummspannung $\Delta U \approx I \cdot \Delta t / C \approx 2{,}3$ V · Spannungsfestigkeit 25 / 35 V
12:30	Prüfungsfallen	Fünf Prüfungsfallen
13:22	Zusammenfassung	Das Wichtigste in sechs Punkten
13:54	Quiz	4 Fragen, 3 zum Rechnen

04 Typische Prüfungsfallen

- **Reihenschaltung** wie bei Widerständen addiert – bei Kondensatoren addieren sich in Reihe die Kehrwerte.
- **Energie ohne Faktor ½** ($W = Q \cdot U$ statt $\frac{1}{2} \cdot Q \cdot U$).
- **Logarithmus falsch angesetzt:** Laden $t = -\tau \cdot \ln(1 - u/U_0)$, Entladen $t = -\tau \cdot \ln(u/U_0)$.
- **Vorsätze:** $\mu = 10^{-6}$, $n = 10^{-9}$, $p = 10^{-12}$; kΩ · µF = ms.
- **Ladestrom konstant angenommen** – er fällt exponentiell, beginnend bei U_0/R.

05 Einsatz im Unterricht

Messung: RC-Glied (z. B. 10 kΩ, 100 µF) mit Datenlogger oder Oszilloskop aufnehmen, τ über 63 % und über die Anfangstangente bestimmen, mit R·C vergleichen.

Linearisierung: $\ln(1 - u/U_0)$ gegen t auftragen – die Steigung ist $-1/\tau$.

Energiebilanz: Beim Laden über R wird – unabhängig von R – gleich viel Energie zu Wärme wie gespeichert (Herausforderung: $\int i^2 R \, dt$).

Sicherheit: Elkos nur richtig gepolt und unter der Nennspannung betreiben; geladene Kondensatoren vor dem Berühren über einen Widerstand entladen.

06 Hinweise und Quellen

- $\varepsilon_0 = 8{,}854 \cdot 10^{-12}$ F/m (CODATA). Permittivitätszahlen: Luft ≈ 1,0006, Polypropylen ≈ 2,2, Polyester ≈ 3,3, Klasse-2-Keramik ($BaTiO_3$) ca. 1000–15 000; Al_2O_3 im Elko ≈ 9–10, Schichtdicke rund 1,2–1,5 nm pro Volt Formierspannung.
- Blitz: 330 µF bei 300 V ≈ 15 J (Aufsteckblitze: einige 100 bis über 1000 µF bei ≈ 330 V). Defibrillator: biphasisch ≈ 120–200 J, Ladespannung im kV-Bereich. Brumm-Abschätzung $\Delta U \approx I \cdot \Delta t / C$ mit Δt = 10 ms liegt auf der sicheren Seite (genauer in Folge 7).

NAME _____ KLASSE _____ DATUM _____

Kondensator: Feld, Energie, e-Funktion

1 Energie im Feld ●○○

a) Begründe mit dem U-Q-Diagramm, dass ein auf U geladener Kondensator die Energie $W = \frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2$ speichert. b) Berechne die Energie eines Blitzkondensators mit 1500 µF bei 330 V.

2 Plattenkondensator ●○○

Zwei Platten von je 20 cm × 20 cm liegen 0,5 mm auseinander, dazwischen eine Kunststofffolie mit $\varepsilon_r = 2{,}2$. a) Berechne die Kapazität. b) Wie ändert sich C, wenn man den Abstand verdoppelt und die Plattenfläche vervierfacht?

3 Herleitung der Ladekurve ●●●

Ein ungeladener Kondensator C wird zur Zeit t = 0 über R an die Gleichspannung U_0 gelegt. a) Stelle mit der Maschenregel die Differenzialgleichung für $u_C(t)$ auf. b) Zeige durch Einsetzen, dass $u_C(t) = U_0 \cdot (1 - e^{-t/\tau})$ mit $\tau = R \cdot C$ die Gleichung und die Anfangsbedingung erfüllt. c) Leite daraus i(t) her.

4 Ladevorgang ●●○

R = 22 kΩ, C = 47 µF, U_0 = 9 V. a) Berechne τ und den Anfangsstrom. b) Berechne u_C und i nach 2 s. c) Nach welcher Zeit erreicht u_C 6 V?

5 Entladen und Halbwertszeit ●●○

Ein Superkondensator mit 1 F puffert eine Uhr; sie wirkt wie ein Widerstand von 100 kΩ. Zu Beginn liegen 3 V an. a) Nach welcher Zeit ist die Spannung auf 1,5 V gefallen? b) Die Uhr läuft bis 1 V. Wie lange hält der Puffer?

6 Oszilloskop ●●○

Beim Laden über R = 1 kΩ trifft die Anfangstangente der Kurve die Endspannung nach 4,7 ms. a) Bestimme die Kapazität. b) Begründe, warum die Tangentenmethode genau τ liefert.

7 Kondensatoren kombinieren ●●○

C_1 = 10 µF, C_2 = 22 µF, C_3 = 47 µF. Berechne die Gesamtkapazität, wenn a) alle drei parallel, b) alle drei in Reihe, c) C_1 und C_2 in Reihe und C_3 dazu parallel geschaltet sind.

8 Ladeelko dimensionieren ●●●

Ein Netzteil liefert 0,8 A, die Brummspannung soll höchstens 1,5 V betragen ($\Delta t \approx 10$ ms), die Spitzenspannung ist 16 V. a) Bestimme die Mindestkapazität. b) Wähle einen Normwert der E6-Reihe (1,0 · 1,5 · 2,2 · 3,3 · 4,7 · 6,8) und eine geeignete Spannungsfestigkeit. c) Welche Energie speichert der gewählte Elko bei 16 V?

9 Quiz aus dem Video ●○○

a) Der Plattenabstand wird halbiert. Die Kapazität …

☐ halbiert sich ☐ verdoppelt sich ☐ vervierfacht sich

b) 100 µF, geladen auf 20 V. Gespeicherte Energie?

☐ 0,02 J ☐ 0,04 J ☐ 2 J

c) 2 kΩ und 500 µF. Halbwertszeit beim Entladen?

☐ ≈ 0,69 s ☐ 1 s ☐ 5 s

Lösungen

1 Energie im Feld

a) Die Spannung wächst linear mit der Ladung ($U = Q/C$). Die Arbeit für jede kleine Ladung dQ ist $U \cdot dQ$; die Summe ist die Dreiecksfläche unter der Geraden: $W = \frac{1}{2} \cdot Q \cdot U = \mathbf{\frac{1}{2} \cdot C \cdot U^2}$. b) $W = \frac{1}{2} \cdot 0{,}0015\ \text{F} \cdot (330\ \text{V})^2 \approx \mathbf{82\ J}$.

2 Plattenkondensator

a) $C = 8{,}854 \cdot 10^{-12}\ \text{F/m} \cdot 2{,}2 \cdot 0{,}04\ \text{m}^2 / 0{,}0005\ \text{m} \approx \mathbf{1{,}56\ nF}$. b) $A \cdot 4$ und $d \cdot 2 \Rightarrow C \cdot 4/2 =$ **doppelte Kapazität** ($\approx 3{,}1$ nF).

3 Herleitung

a) $U_0 = R \cdot i + u_C$ mit $i = C \cdot du_C/dt \Rightarrow \mathbf{R \cdot C \cdot du_C/dt + u_C = U_0}$. b) $du_C/dt = (U_0/\tau) \cdot e^{-t/\tau}$; eingesetzt: $R \cdot C \cdot (U_0/\tau) \cdot e^{-t/\tau} + U_0 - U_0 \cdot e^{-t/\tau} = U_0$ ✓ (mit $\tau = R \cdot C$); $u_C(0) = U_0 \cdot (1 - 1) = 0$ ✓. c) $\mathbf{i(t) = C \cdot du_C/dt = (U_0/R) \cdot e^{-t/\tau}}$.

4 Ladevorgang

a) $\tau = 22\,000\ \Omega \cdot 47 \cdot 10^{-6}\ \text{F} \approx \mathbf{1{,}03\ s}$; $I_0 = 9\ \text{V}/22\ \text{k}\Omega \approx \mathbf{0{,}41\ mA}$. b) $u_C(2\ \text{s}) = 9\ \text{V} \cdot (1 - e^{-1{,}93}) \approx \mathbf{7{,}7\ V}$; $i(2\ \text{s}) \approx 0{,}41\ \text{mA} \cdot 0{,}145 \approx \mathbf{59\ \mu A}$. c) $t = -\tau \cdot \ln(1 - 6/9) = 1{,}03\ \text{s} \cdot \ln 3 \approx \mathbf{1{,}14\ s}$.

5 Entladen

$\tau = 100\,000\ \Omega \cdot 1\ \text{F} = 100\,000$ s. a) $t_{½} = \tau \cdot \ln 2 \approx 69\,300\ \text{s} \approx \mathbf{19{,}3\ h}$. b) $t = \tau \cdot \ln(3/1) \approx 110\,000\ \text{s} \approx \mathbf{30{,}5\ h}$.

6 Oszilloskop

a) Die Tangente liefert $\tau = 4{,}7$ ms $\Rightarrow C = \tau/R = \mathbf{4{,}7\ \mu F}$. b) Anfangssteigung $du_C/dt(0) = U_0/\tau$; eine Gerade mit dieser Steigung erreicht U_0 genau nach $\mathbf{t = \tau}$.

7 Kombinieren

a) **79 µF** · b) $1/C = 1/10 + 1/22 + 1/47 \Rightarrow C \approx \mathbf{6{,}0\ \mu F}$ (kleiner als der kleinste) · c) $10 \cdot 22/32 \approx 6{,}9\ \mu\text{F}$, $+ 47\ \mu\text{F} \Rightarrow \mathbf{\approx 53{,}9\ \mu F}$

8 Ladeelko

a) $C \geq I \cdot \Delta t/\Delta U = 0{,}8\ \text{A} \cdot 0{,}01\ \text{s} / 1{,}5\ \text{V} \approx \mathbf{5300\ \mu F}$. b) Nächster E6-Wert: **6800 µF**; Spannungsfestigkeit mit Reserve **25 V, besser 35 V** (Leerlaufspannung des Trafos höher). c) $W = \frac{1}{2} \cdot 0{,}0068\ \text{F} \cdot (16\ \text{V})^2 \approx \mathbf{0{,}87\ J}$.

9 Quiz

a) **verdoppelt sich** · b) **0,02 J** · c) **≈ 0,69 s** ($\tau = 1$ s, $t_{½} = \tau \cdot \ln 2$)