PROFESSOR ERKLÄRBÄR

Serie Mathematik · Folge 3 · Advanced

MATHE

LEHRERINFO ZUM VIDEO

Terme für Profis – binomische Formeln und Faktorisieren

FACH	STUFE	DAUER	VIDEO
Mathematik	Gymnasium · Klasse 8–10 · Matura/Abitur-Basis	14 min	youtube.com/@Erklaerbaer

01 Lernziele

Nach dem Video können die Schülerinnen und Schüler …

- zwei Klammern ausmultiplizieren („jedes mit jedem“) und das Ergebnis am Flächenmodell begründen,
- die drei binomischen Formeln herleiten, erkennen und anwenden – auch mit Vorzahlen wie $(2x - 3)^2$,
- Terme durch Ausklammern und mit binomischen Formeln faktorisieren und mit der Probe kontrollieren,
- Quadrate und Produkte wie 21^2, $19 \cdot 21$ oder 99^2 im Kopf berechnen,
- Bruchterme durch Faktorisieren kürzen und die Definitionslücke angeben.

02 Voraussetzungen

Gleichartige Terme zusammenfassen, Zahl mal Klammer, Minusregeln, $x^2 = x \cdot x$ (Folgen 1 und 3 Grundlagen).

03 Ablauf des Videos

ZEIT	KAPITEL	INHALT UND PRAXISBEISPIEL
0:00	Einstieg	$(x + 3)^2 = x^2 + 9$? Quadrat mit fehlendem Stück · Ident · Plan
0:36	Was du brauchst	Zusammenfassen · Zahl mal Klammer · x^2 · Verweis auf Folge 3 Grundlagen
1:04	Klammer mal Klammer	$(x + 2)(x + 5)$ als Rechteck · mit Minus · Zimmer vergrössern $(4 + x)(5 + x)$

2:22	Die erste binomische Formel	Flächenmodell, Mittelstück $2ab$ · Auflösung des Einstiegs · Mini-Check · Bilderrahmen
4:05	Die zweite und dritte Formel	$(a-b)^2$ · Stolperfalle $(2x)^2 = 4x^2$ · $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$
5:14	Kopfrechnen mit Formeln	21^2 · $19 \cdot 21$ PAUSE-FRAGE 49^2
6:04	Faktorisieren	Ausklammern · Formel erkennen · Differenz zweier Quadrate PAUSE-FRAGE $x^2 - 36$
7:48	Bruchterme kürzen	nur Faktoren kürzen · $(x^2 - 9) : (x - 3) = x + 3$ für $x \neq 3$ · Ausblick Grenzwerte
8:45	Jetzt du	$(x-5)^2$ · $x^2 + 10x + 25$ · 99^2 3× PAUSE
9:49	Prüfungsfallen	fünf typische Fallen, je falsch und richtig
10:39	Skatepark-Baustein	Fahrfläche mit 1 m Sicherheitsrand: $(x+2)^2$, für 18 m genau 400 m²
11:21	Zusammenfassung	drei Merksätze
11:48	Quiz	4 Fragen mit Auflösung · Endkarte Folge 4 Advanced

04 Typische Fehlvorstellungen

- „$(a+b)^2 = a^2 + b^2$“ – das Mittelstück fehlt. Kapitel 0, 3 und 9 (Flächenmodell).
- „$(x-3)^2 = x^2 - 9$“ – Verwechslung mit der dritten Formel. Kapitel 4 und 9.
- „$(2x)^2 = 2x^2$“ – nur die Variable wird quadriert. Kapitel 4 und 9.
- Kürzen aus Summen: $(x+3) : 3 = x$. Kapitel 7 (Probe mit $x = 3$) und 9.
- Minus vor der Klammer wirkt nur auf den ersten Teil. Kapitel 9.

05 Einsatz im Unterricht

Einstieg: nur die Frage aus Kapitel 0 zeigen, Schätzungen sammeln, dann Quadrat auf Karopapier zeichnen lassen.

Handlungsorientiert: Flächenmodelle aus Papierstreifen legen (Aufgabe 6).

Prüfungsvorbereitung: Kapitel 9 und Arbeitsblatt Aufgaben 4, 7, 8.

Ausblick: Faktorisieren → quadratische Gleichungen (Folge 10), Kürzen mit Definitionslücke → Grenzwerte (Folge 13).

International: expand · factor · special products · perfect square · difference of two squares. Die Nummerierung „erste, zweite, dritte binomische Formel“ ist typisch deutschsprachig.

06 Quellen

- KMK, Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss (2022) und für die Allgemeine Hochschulreife (2012)
- Rahmenlehrplan für die Maturitätsschulen (EDK) · Lehrplan 21, „Zahl und Variable“

NAME _____ KLASSE _____ DATUM _____

Terme für Profis – binomische Formeln und Faktorisieren

1 Merksätze ergänzen ●○○

Klammer mal Klammer: _____ mit _____.

$(a + b)^2$ = _____ · $(a - b)^2$ = _____ · $(a + b)(a - b)$ = _____

Kürzen darf man nur _____, niemals _____.

2 Multipliziere aus ●○○

a) $(x + 3)(x + 4)$

b) $(x - 2)(x + 6)$

c) $(2x + 1)(x - 3)$

3 Binomische Formeln anwenden ●○○

a) $(x + 6)^2$

b) $(x - 4)^2$

c) $(3x + 2)^2$

d) $(x + 9)(x - 9)$

4 Faktorisiere so weit wie möglich ●●○

a) $5x + 15$

b) $x^2 - 7x$

c) $x^2 - 14x + 49$

d) $9x^2 - 4$

e) $2x^2 - 18$

5 Kopfrechnen mit Formeln ●●○

a) 51^2

b) $38 \cdot 42$

c) 98^2

6 Flächenmodell ●●○

Zeichne ein Rechteck mit den Seiten $x + 3$ und $x + 2$, beschrifte die vier Teilflächen und lies den Term ab.

7 Bruchterme kürzen ●●●

Kürze und gib an, für welche x der Term nicht definiert ist:

a) $(x^2 - 16) : (x + 4)$ **b)** $(x^2 + 6x + 9) : (x + 3)$ **c)** $(3x + 6) : (x + 2)$

8 Zeige ●●●

Zeige, dass für alle Zahlen a und b gilt: $(a + b)^2 - (a - b)^2 = 4ab$.

9 Fehleranalyse ●●○

Lena schreibt: $(x - 5)^2 = x^2 - 25$. Beschreibe den Fehler und korrigiere ihn.

10 Skatepark: breiterer Rand ●●●

Der Sicherheitsrand um die quadratische Fahrfläche (Seite x) wird 1,5 m breit. a) Stelle den Term für die Gesamtfläche auf und multipliziere aus. b) Berechne Gesamtfläche und Randfläche für $x = 18$ m.

11 Quiz aus dem Video – kreuze an ●○○

a) $(x + 1)^2$ ☐ $x^2 + 1$ ☐ $x^2 + 2x + 1$ ☐ $x^2 + x + 1$

b) $x^2 - 49$ ☐ $(x - 7)^2$ ☐ $(x - 7)(x + 7)$ ☐ geht nicht

c) $(a - b)^2 = a^2 - b^2$? ☐ ja ☐ nein ☐ nur für positive Zahlen

d) $31 \cdot 29$ ☐ 899 ☐ 900 ☐ 901

Lösungen

1 Merksätze ergänzen

jedes mit jedem · $a^2 + 2ab + b^2$ · $a^2 - 2ab + b^2$ · $a^2 - b^2$ · Faktoren, niemals Summanden

2 Multipliziere aus

a) $x^2 + 7x + 12$ b) $x^2 + 4x - 12$ c) $2x^2 - 5x - 3$

3 Binomische Formeln

a) $x^2 + 12x + 36$ b) $x^2 - 8x + 16$ c) $9x^2 + 12x + 4$ d) $x^2 - 81$

4 Faktorisieren

a) $5(x + 3)$ b) $x(x - 7)$ c) $(x - 7)^2$ d) $(3x - 2)(3x + 2)$ e) $2(x^2 - 9) = 2(x - 3)(x + 3)$

5 Kopfrechnen

a) $(50 + 1)^2 = 2.500 + 100 + 1 = 2.601$ b) $(40 - 2)(40 + 2) = 1.600 - 4 = 1.596$ c) $(100 - 2)^2 = 10.000 - 400 + 4 = 9.604$

6 Flächenmodell

Teilflächen x^2, $3x$, $2x$, $6 \rightarrow x^2 + 5x + 6$

7 Bruchterme kürzen

a) $x - 4$, nicht definiert für $x = -4$ b) $x + 3$, für $x = -3$ c) $3(x + 2) : (x + 2) = 3$, für $x = -2$

8 Zeige

$(a^2 + 2ab + b^2) - (a^2 - 2ab + b^2) = a^2 + 2ab + b^2 - a^2 + 2ab - b^2 = 4ab$. Wichtig: Das Minus vor der zweiten Klammer gilt für jeden Teil.

9 Fehleranalyse

Lena hat die zweite mit der dritten Formel verwechselt; das Mittelstück fehlt. Richtig: $(x - 5)^2 = x^2 - 10x + 25$.

10 Skatepark

a) $(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$ b) $324 + 108 + 9 = 441\ m^2$, Randfläche $6 \cdot 18 + 9 = 117\ m^2$

11 Quiz

a) $x^2 + 2x + 1$ b) $(x - 7)(x + 7)$ c) nein d) 899