LEHRERINFO ZUM VIDEO

Gleichungen für Profis – x auf beiden Seiten, Brüche und Sonderfälle

FACH	STUFE	DAUER	VIDEO
Mathematik	Gymnasium · Klasse 8–10 · Matura/Abitur-Basis	14 min	youtube.com/@Erklaerbaer

01 Lernziele

Nach dem Video können die Schülerinnen und Schüler …

- Gleichungen mit ***x*** auf beiden Seiten und mit Klammern lösen,
- Gleichungen mit Brüchen durch Multiplikation mit dem Hauptnenner vereinfachen,
- Bruchgleichungen lösen und dabei die Definitionsmenge (verbotene Werte) beachten,
- Sonderfälle erkennen: keine Lösung, unendlich viele Lösungen, Scheinlösung, verlorene Lösung beim Teilen durch ***x***,
- Formeln nach einer Grösse umstellen (°F/°C, $v = s : t$).

02 Voraussetzungen

Gleichungen mit Umkehroperationen und Probe (Folge 4 Grundlagen), Klammern auflösen und Minus vor der Klammer (Folge 3), Bruchrechnen (Folge 2).

03 Ablauf des Videos

ZEIT	KAPITEL	INHALT UND PRAXISBEISPIEL
0:00	Einstieg	***x*** verschwindet: 1 = 5? · Lösung, die keine ist · Ident · Plan
0:35	Was du brauchst	Umkehroperation und Probe · Minus vor der Klammer
1:04	***x*** auf beiden Seiten	$5x - 7 = 2x + 8$ · Tipp zur Vorzahl · Tarifvergleich $12 + 2x = 20 + x$
2:12	Klammern zuerst	$3(x - 2) = 2(x + 1)$ · Minus vor der Klammer · Mini-Check
3:09	Gleichungen mit Brüchen	Hauptnenner 12 · −3 · (−2) = +6 · $x = 2{,}8$

4:07	Bruchgleichungen	$6/(x-1)=3$ mit $x \neq 1$ PAUSE-FRAGE · Pool mit zwei Pumpen
5:41	Die Scheinlösung	$x/(x-2)=2/(x-2)$ → keine Lösung
6:16	Keine oder unendlich viele Lösungen	Widerspruch $1=5$ · immer wahr $6=6$ · $x^2=3x$ nicht durch x teilen
7:18	Formeln umstellen	°F → °C (New York 77 °F) · $t=s:v$
8:16	Jetzt du	drei Aufgaben 3× PAUSE
9:27	Prüfungsfallen	vier Fallen, je falsch und richtig
10:08	Skatepark-Baustein	zwei Baufirmen: gleich teuer bei 40 Stunden
10:50	Zusammenfassung	drei Merksätze
11:18	Quiz	4 Fragen · Endkarte Folge 5 Advanced

04 Typische Fehlvorstellungen

- Minus vor der Klammer wirkt nur auf den ersten Summanden – Kapitel 3 und 10.
- Beim Hauptnenner werden nur die Brüche multipliziert – Kapitel 4 und 10.
- Definitionsmenge wird nicht notiert, Scheinlösungen werden angegeben – Kapitel 5, 6 und 10.
- „Wenn x verschwindet, habe ich mich verrechnet." – Kapitel 7.
- Division durch x bei $x^2=3x$ (verlorene Lösung 0) – Kapitel 7 und 10.

05 Einsatz im Unterricht

Einstieg: $2x+1=2x+5$ an die Tafel – „Was ist die Lösung?" diskutieren lassen.

Vernetzung: Faktorisieren aus Folge 3 Advanced (Kapitel 7), Geraden in Folge 5 (Tarif, Baufirmen).

Prüfungsvorbereitung: Kapitel 10 und Arbeitsblatt Aufgaben 5, 6, 9.

International: °F-Beispiel für Zuschauer aus den USA; extraneous solution = Scheinlösung.

06 Quellen

- KMK, Bildungsstandards im Fach Mathematik für den Mittleren Schulabschluss (2022) und die Allgemeine Hochschulreife (2012)
- Rahmenlehrplan für die Maturitätsschulen (EDK) · Umrechnung °F = 1,8 · °C + 32 (NIST, SI-Broschüre)

NAME _____ KLASSE _____ DATUM _____

Gleichungen für Profis – x auf beiden Seiten, Brüche und Sonderfälle

1 Merksätze ergänzen ●○○

Erst _____, dann alles mit x auf eine Seite und die Zahlen auf die andere.

Steht x im Nenner, notiere zuerst die _____.

Verschwindet x: falsche Aussage → _____, wahre Aussage → _____.

2 x auf beiden Seiten ●○○

a) $7x + 2 = 3x + 18$

b) $2x - 9 = 5x + 3$

c) $0{,}5x + 4 = 1{,}5x - 2$

3 Klammern ●●○

a) $4(x - 3) = 2(x + 5)$

b) $6 - 2(x - 4) = 3x - 1$

4 Gleichungen mit Brüchen ●●○

a) $x/2 + x/3 = 10$

b) $(x + 1)/4 - (x - 1)/6 = 1$

5 Bruchgleichungen – mit Definitionsmenge ●●●

a) $8/(x + 1) = 2$

b) $3/(x - 2) = 6/(x + 1)$

c) $(x + 3)/(x - 3) = 6/(x - 3)$

6 Sonderfälle: Wie viele Lösungen? ●●○

a) $4(x + 2) = 4x + 8$

b) $3x - 7 = 3(x - 2)$

c) $x^2 = 5x$

7 Formeln umstellen ●●○

a) Stelle $U = 2a + 2b$ nach b um. b) Wie viel °F sind 30 °C? c) Stelle $v = s : t$ nach s um.

8 Tarifvergleich Fitnessstudio ●●●

Tarif A: 20 € im Monat plus 4 € pro Besuch. Tarif B: 50 € im Monat, Besuche frei. Ab wie vielen Besuchen ist B günstiger? Begründe mit einer Gleichung.

9 Zwei Pumpen ●●●

Pumpe A füllt ein Becken in 4 Stunden, Pumpe B in 12 Stunden. Stelle eine Gleichung für die gemeinsame Zeit t auf und löse sie.

10 Skatepark: drittes Angebot ●●●

Firma C bietet 1.200 € Grundpreis plus 45 € pro Stunde. Ab wie vielen Stunden ist Firma A (1.500 € + 40 € pro Stunde) günstiger als C?

11 Quiz aus dem Video – kreuze an ●○○

a) $7x - 4 = 3x + 12$ ☐ 2 ☐ 4 ☐ 8

b) verboten bei $5/(x - 4)$ ☐ 0 ☐ 5 ☐ 4

c) $3x + 2 = 3x - 1$ ☐ keine Lösung ☐ eine ☐ unendlich viele

d) $s = v \cdot t$ **nach** t ☐ $t = s \cdot v$ ☐ $t = s : v$ ☐ $t = s - v$

Lösungen

1 Merksätze ergänzen

vereinfachen · verbotenen Werte · keine Lösung · unendlich viele Lösungen

2 x auf beiden Seiten

a) $4x = 16 \rightarrow x = 4$ b) $-12 = 3x \rightarrow x = -4$ c) $6 = x$

3 Klammern

a) $4x - 12 = 2x + 10 \rightarrow x = 11$ b) $6 - 2x + 8 = 3x - 1 \rightarrow 15 = 5x \rightarrow x = 3$

4 Brüche

a) $\cdot 6$: $3x + 2x = 60 \rightarrow x = 12$ b) $\cdot 12$: $3(x + 1) - 2(x - 1) = 12 \rightarrow x + 5 = 12 \rightarrow x = 7$

5 Bruchgleichungen

a) $x \neq -1$; $8 = 2x + 2 \rightarrow x = 3$ b) $x \neq 2$, $x \neq -1$; $3(x + 1) = 6(x - 2) \rightarrow x = 5$ c) $x \neq 3$; $x + 3 = 6 \rightarrow x = 3$ ist verboten → keine Lösung (Scheinlösung)

6 Sonderfälle

a) $8 = 8 \rightarrow$ unendlich viele b) $-7 = -6 \rightarrow$ keine c) $x(x - 5) = 0 \rightarrow x = 0$ oder $x = 5$

7 Formeln umstellen

a) $b = (U - 2a) : 2$ b) $1{,}8 \cdot 30 + 32 = 86\ °F$ c) $s = v \cdot t$

8 Tarifvergleich

$20 + 4x = 50 \rightarrow x = 7{,}5$. Ab 8 Besuchen im Monat ist B günstiger (bei 7 Besuchen kostet A 48 €).

9 Zwei Pumpen

$1/4 + 1/12 = 1/t \rightarrow 3/12 + 1/12 = 4/12 = 1/3 \rightarrow t = 3$ Stunden.

10 Skatepark

$1.200 + 45h = 1.500 + 40h \rightarrow 5h = 300 \rightarrow h = 60$. Bei mehr als 60 Stunden ist A günstiger.

11 Quiz

a) 4 b) 4 c) keine Lösung d) $t = s : v$