PROFESSOR ERKLÄRBÄR

Serie Mathematik · Folge 6 · Advanced

MATHE

LEHRERINFO ZUM VIDEO

Lineare Gleichungssysteme für Profis

FACH	STUFE	DAUER	VIDEO
Mathematik	Klasse 9–10 · Gymnasium	16 min	youtube.com/@Erklaerbaer

01 Lernziele

Nach dem Video können die Schülerinnen und Schüler …

- Einsetzungs-, Gleichsetzungs- und Additionsverfahren anwenden und passend auswählen,
- Gleichungen vor dem Addieren geschickt malnehmen,
- die Lösung als Schnittpunkt deuten und Sonderfälle (keine, unendlich viele Lösungen) erkennen,
- ein System mit drei Unbekannten Schritt für Schritt lösen,
- Sachaufgaben (Strömung, Mischung, Tickets) als Gleichungssystem modellieren.

02 Voraussetzungen

Gleichungssysteme durch Abziehen und Addieren lösen (Folge 6 Grundlagen), Geraden und Schnittpunkte (Folge 5).

03 Ablauf des Videos

ZEIT	KAPITEL	INHALT UND PRAXISBEISPIEL
0:00	Einstieg	schneiden, parallel, identisch: 1, 0 oder ∞ Lösungen · Ident
0:38	Was du brauchst	Wiederholung Folge 6 Grundlagen
1:03	Drei Verfahren	Werkzeugkasten: Einsetzen, Gleichsetzen, Addieren
1:41	Einsetzungsverfahren	Kino: Popcorn = Getränk + 2 €
2:40	Gleichsetzungsverfahren	$y = 2x - 1$ und $y = -x + 8$ · Sparen: Lea und Tim
3:37	Addieren mit Malnehmen	$3x + 2y = 12$, $5x - 3y = 1$ · Schaltungen PAUSE-FRAGE
5:10	Das Bild dazu	Schnittpunkt (2 | 3) · Navigation mit Peillinien
5:58	Sonderfälle	0 = 2 (parallel), 0 = 0 (identisch) · gleiche Sparrate PAUSE-FRAGE

7:23	Drei Unbekannte	Stufenform · Obstkorb · Ausblick Gauss-Verfahren
8:43	Modellieren	Boot mit und gegen die Strömung · Kaffeemischung
10:02	Jetzt du	drei Aufgaben 3× PAUSE
11:27	Prüfungsfallen	vier typische Fehler
12:15	Skatepark-Baustein	Eröffnungsfest: 120 Tickets, 750 €
13:06	Zusammenfassung	drei Merksätze
13:27	Quiz	4 Fragen · Endkarte Folge 7 Advanced

04 Typische Fehlvorstellungen

- Beim Malnehmen wird die rechte Seite vergessen – Kapitel 5 und 11.
- $3y - (-y) = 2y$ – Kapitel 10 und 11.
- „0 = 0 heisst $x = 0$“ – Kapitel 7 und 11.
- Probe nur in einer Gleichung – Kapitel 5 und 11.

05 Einsatz im Unterricht

Einstieg: drei Geradenpaare zeichnen lassen und raten, wie viele Lösungen es gibt.

Vernetzung: Folge 5 (Schnittpunkte), Elektronik-Serie Folge 2 (Kirchhoff), Ausblick Gauss-Verfahren und Matrizen.

Gruppenarbeit: dieselbe Aufgabe mit allen drei Verfahren lösen und vergleichen.

International: substitution method, elimination method, consistent / inconsistent system, infinitely many solutions.

06 Quellen

- Lehrplan 21, „Zahl und Variable“ · KMK-Bildungsstandards Allgemeine Hochschulreife (2012) · Gauss-Verfahren: C. F. Gauss, Theoria motus (1809)

NAME _____ KLASSE _____ DATUM _____

Lineare Gleichungssysteme für Profis

1 Merksätze ergänzen ●○○

Ziel jedes Verfahrens: eine Unbekannte _____ lassen.

Geometrisch ist die Lösung der _____ der Geraden.

Widerspruch → _____ Lösung, immer wahr → _____ Lösungen.

2 Verfahren wählen und lösen ●○○

a) $y = 2x$
$3x + y = 15$

b) $y = x + 4$
$y = -2x + 13$

c) $2x + 3y = 12$
$4x - 3y = 6$

3 Erst malnehmen ●●○

Löse $2x + 5y = 1$ und $3x + 2y = 7$. Mache die Probe in beiden Gleichungen.

4 Wie viele Lösungen? ●●○

a) $x + 2y = 4$ und $2x + 4y = 8$ b) $x - y = 2$ und $x - y = 5$ c) $x + y = 4$ und $x - y = 2$

5 Drei Unbekannte ●●○

a) $x + y + z = 10,\ y + z = 7,\ z = 4$ b) $x + y + z = 9,\ x + 2y + z = 12,\ x + y + 2z = 13$

6 Bootsfahrt ●●●

Ein Boot fährt 48 km flussabwärts in 3 Stunden und dieselbe Strecke zurück in 4 Stunden. Wie schnell ist das Boot, wie schnell die Strömung?

7 Teemischung ●●●

10 kg Tee sollen aus einer Sorte zu 8 €/kg und einer zu 14 €/kg gemischt werden. Die Mischung soll 11,60 €/kg kosten. Wie viel nimmt man von jeder Sorte?

8 Kino ●●○

3 Erwachsene und 2 Kinder zahlen 41 €, 2 Erwachsene und 3 Kinder zahlen 39 €. Was kosten die Tickets?

9 Zeichnerisch prüfen ●●○

Zeichne $y = x + 4$ und $y = -2x + 13$ (Aufgabe 2b) und lies den Schnittpunkt ab.

10 Skatepark: zweiter Festtag ●●●

Am zweiten Tag werden 150 Tickets zu 8 € und 5 € verkauft, die Einnahmen betragen 900 €. Wie viele Erwachsene kamen?

11 Quiz aus dem Video – kreuze an ●○○

a) $y = 3x$, $x + y = 8$ ☐ 2 und 6 ☐ 6 und 2 ☐ 4 und 4

b) parallele Geraden ☐ eine Lösung ☐ keine ☐ unendlich viele

c) $x + y = 7$, $x - y = 1$ ☐ 3 und 4 ☐ 5 und 2 ☐ 4 und 3

d) 0 = 0 heisst ☐ unendlich viele ☐ $x = 0$ ☐ keine

Lösungen

1 Merksätze

verschwinden · Schnittpunkt · keine, unendlich viele

2 Verfahren

a) Einsetzen: $5x = 15 \rightarrow x = 3, y = 6$ b) Gleichsetzen: $3x = 9 \rightarrow x = 3, y = 7$ c) Addieren: $6x = 18 \rightarrow x = 3, y = 2$

3 Erst malnehmen

I · 3: $6x + 15y = 3$, II · 2: $6x + 4y = 14 \rightarrow 11y = -11 \rightarrow y = -1, x = 3$. Probe: $6 - 5 = 1$, $9 - 2 = 7$.

4 Wie viele Lösungen?

a) unendlich viele (II = 2 · I) b) keine ($0 = 3$) c) genau eine: $x = 3, y = 1$

5 Drei Unbekannte

a) $z = 4, y = 3, x = 3$ b) II − I: $y = 3$, III − I: $z = 4$, $x = 9 - 3 - 4 = 2$

6 Bootsfahrt

$x + y = 16$, $x - y = 12 \rightarrow$ Boot 14 km/h, Strömung 2 km/h.

7 Teemischung

$x + y = 10$, $8x + 14y = 116 \rightarrow 140 - 6x = 116 \rightarrow$ 4 kg zu 8 €, 6 kg zu 14 €.

8 Kino

I · 3 − II · 2: $5e = 45 \rightarrow$ Erwachsene 9 €, Kinder 7 €.

9 Zeichnerisch

Schnittpunkt (3 | 7): $3 + 4 = 7$ und $-6 + 13 = 7$.

10 Skatepark

$x + y = 150$, $8x + 5y = 900 \rightarrow 3x = 150 \rightarrow$ 50 Erwachsene, 100 Jugendliche. Probe: $400 + 500 = 900$.

11 Quiz

a) 2 und 6 b) keine c) 4 und 3 d) unendlich viele