LEHRERINFO ZUM VIDEO

Pythagoras im Raum, Ähnlichkeit und Strahlensätze

FACH	STUFE	DAUER	VIDEO
Mathematik	Klasse 9–10 · Gymnasium	12 min	youtube.com/@Erklaerbaer

01 Lernziele

Nach dem Video können die Schülerinnen und Schüler …

- den Satz des Pythagoras mit vier Dreiecken und der binomischen Formel beweisen,
- Raumdiagonalen und Abstände im Koordinatensystem berechnen,
- die Höhe im gleichseitigen Dreieck bestimmen,
- ähnliche Figuren erkennen, den Streckfaktor nutzen und Strahlensätze anwenden,
- mit Massstäben für Längen und Flächen rechnen.

02 Voraussetzungen

Satz des Pythagoras (Folge 9 Grundlagen), binomische Formeln (Folge 3 Advanced), Skalieren k, k^2, k^3 (Folge 8 Advanced).

03 Ablauf des Videos

ZEIT	KAPITEL	INHALT UND PRAXISBEISPIEL
0:00	Einstieg	Stab im Umzugskarton · Pyramidenhöhe · Ident
0:41	Was du brauchst	Pythagoras · 1. binomische Formel
1:09	Ein Beweis in einem Bild	$(a + b)^2 = 2ab + c^2 \rightarrow a^2 + b^2 = c^2$
1:58	Die Raumdiagonale	Karton 30 × 40 × 120 cm → 130 cm PAUSE-FRAGE
3:13	Abstand zweier Punkte	A(1 | 2), B(7 | 10) → 10 · Navigation
3:47	Höhe im gleichseitigen Dreieck	a = 10 cm → h ≈ 8,66 cm · $h = (\sqrt{3}/2) \cdot a$
4:22	Ähnliche Figuren	Foto in zwei Grössen · 3-4-5 / 6-8-10 · Beamer
5:05	Die Strahlensätze	Stab und Baumschatten · Thales und die Pyramide

5:49	Der Massstab	1 : 25.000 · Flächen mit k^2
6:18	Jetzt du	drei Aufgaben 3× PAUSE
7:34	Prüfungsfallen	vier typische Fehler
8:15	Skatepark-Baustein	Plan 1 : 200 → 30 m × 20 m
8:48	Zusammenfassung	drei Merksätze
9:13	Quiz	4 Fragen · Endkarte Folge 10 Advanced

04 Typische Fehlvorstellungen

- Raumdiagonale nur aus zwei Kanten – Kapitel 3 und 10.
- Im Strahlensatz nicht entsprechende Strecken verglichen – Kapitel 7 und 10.
- Massstab 1 : 100 gilt auch für Flächen – Kapitel 8 und 10.
- Höhe im gleichseitigen Dreieck mit der ganzen Seite – Kapitel 5 und 10.

05 Einsatz im Unterricht

Draussen: Baum- oder Schulhaushöhe mit Stab und Schatten bestimmen.

Material: Raumdiagonale in einem echten Karton mit einer Schnur nachmessen.

Vernetzung: Folge 8 Advanced (k^2, k^3), Folge 11 (Trigonometrie), Kathetensatz und Höhensatz als Zusatz.

International: proof, space diagonal, distance formula, similar figures, scale factor, intercept theorem.

06 Quellen

- Lehrplan 21, „Form und Raum“ · KMK-Bildungsstandards Allgemeine Hochschulreife (2012) · Thales und die Pyramide: überliefert bei Diogenes Laertios (Legende)

NAME _____ KLASSE _____ DATUM _____

Pythagoras im Raum, Ähnlichkeit und Strahlensätze

1 Merksätze ergänzen ●○○

Raumdiagonale im Quader: d^2 = _____.

Ähnliche Figuren: gleiche _____, alle Längen mit demselben Faktor k.

Strahlensatz: Entsprechende Strecken haben gleiche _____.

2 Raumdiagonale ●●○

a) Quader 3 cm × 4 cm × 12 cm b) Würfel mit 5 cm Kante

3 Abstand zweier Punkte ●●○

a) (0 | 0) und (5 | 12) b) (−1 | −2) und (5 | 6)

4 Gleichseitiges Dreieck ●●○

Berechne die Höhe eines gleichseitigen Dreiecks mit der Seite 6 cm.

5 Ähnlich oder nicht? ●○○

a) Dreiecke 4-6-8 und 6-9-12 b) Dreiecke 3-4-5 und 5-6-7

6 Strahlensatz ●●○

Eine 1,6 m grosse Person wirft 2 m Schatten. Ein Fahnenmast wirft zur selben Zeit 15 m Schatten. Wie hoch ist der Mast?

7 Wanderkarte 1 : 50.000 ●●○

a) Wie lang sind 3 cm auf der Karte in Wirklichkeit? b) Wie lang ist eine 12-km-Strecke auf der Karte?

8 Foto vergrössern ●●○

Ein Foto 10 cm × 15 cm wird auf 30 cm Breite vergrössert, ohne zu verzerren. Wie hoch wird es? Wie viel mal so viel Fläche hat es?

9 Rohr im Würfel ●●●

Passt ein 2 m langes Rohr in eine würfelförmige Kiste mit 1,2 m Kante?

---

10 Skatepark: die Bowl auf dem Plan ●○○

Auf dem Plan 1 : 200 hat die Bowl einen Durchmesser von 3 cm. Wie gross ist sie in Wirklichkeit?

11 Quiz aus dem Video – kreuze an ●○○

a) Quader 2 × 3 × 6 ☐ 11 ☐ 7 ☐ 49

b) 1 : 100, 5 cm ☐ 50 cm ☐ 5 m ☐ 50 m

c) k = 2 → Fläche ☐ · 2 ☐ · 4 ☐ · 8

d) (3 | 4) zum Ursprung ☐ 5 ☐ 7 ☐ 12

Lösungen

1 Merksätze

$a^2 + b^2 + c^2$ · Winkel · Verhältnisse

2 Raumdiagonale

a) $\sqrt{(9 + 16 + 144)} = \sqrt{169} = 13$ cm b) $\sqrt{75} \approx 8{,}66$ cm

3 Abstand

a) $\sqrt{(25 + 144)} = 13$ b) $\Delta x = 6$, $\Delta y = 8 \rightarrow 10$

4 Gleichseitig

$h = \sqrt{(36 - 9)} = \sqrt{27} \approx 5{,}20$ cm

5 Ähnlich?

a) ja, k = 1,5 b) nein (5 : 3 ≠ 6 : 4)

6 Strahlensatz

1,6 : 2 = 0,8 → 15 · 0,8 = 12 m

7 Wanderkarte

a) 3 · 50.000 cm = 1,5 km b) 1.200.000 cm : 50.000 = 24 cm

8 Foto

k = 3 → Höhe 45 cm; Fläche · 9

9 Rohr

Raumdiagonale $\sqrt{(3 \cdot 1{,}44)} = \sqrt{4{,}32} \approx 2{,}08$ m → ja, knapp

10 Skatepark

3 cm · 200 = 600 cm = 6 m Durchmesser (Radius 3 m wie in Folge 8 Advanced)

11 Quiz

a) 7 b) 5 m c) · 4 d) 5