PROFESSOR ERKLÄRBÄR

Serie Mathematik · Folge 10 · Advanced

MATHE

LEHRERINFO ZUM VIDEO

Quadratische Gleichungen und Parabeln für Profis

FACH	STUFE	DAUER	VIDEO
Mathematik	Klasse 10 · Gymnasium	15 min	youtube.com/@Erklaerbaer

01 Lernziele

Nach dem Video können die Schülerinnen und Schüler …

- quadratische Gleichungen in die allgemeine Form und die Normalform bringen,
- mit Faktorisieren, quadratischer Ergänzung und Lösungsformel lösen und die Herkunft der Formel erklären,
- mit der Diskriminante die Anzahl der Lösungen bestimmen,
- die Scheitelpunktform aufstellen und den Scheitel ablesen,
- Optimierungsaufgaben (Wurf, Zaun) mit dem Scheitelpunkt lösen.

02 Voraussetzungen

$x^2 = c$, Nullprodukt und Normalparabel (Folge 10 Grundlagen), binomische Formeln (Folge 3 Advanced).

03 Ablauf des Videos

ZEIT	KAPITEL	INHALT UND PRAXISBEISPIEL
0:00	Einstieg	Ballwurf als Bogen · Ident
0:35	Was du brauchst	$x^2 = 25$ · Nullprodukt · binomische Formel
1:05	Alles auf eine Seite	$2x^2 = 3x + 2 \rightarrow a, b, c$ · Normalform
2:02	Faktorisieren, wenn es geht	$x^2 - x - 6 = 0$ · Vieta PAUSE-FRAGE
3:08	Quadratische Ergänzung	Flächenbild zu $x^2 + 6x = 7$
4:05	Die Lösungsformel	abc-/Mitternachtsformel · pq-Formel
5:10	Beispiel Schritt für Schritt	$2x^2 - 5x - 3 = 0 \rightarrow 3$ oder $-0{,}5$

6:08	Die Diskriminante	drei Parabeln: 2, 1, 0 Schnittpunkte
6:55	Die Scheitelpunktform	$x^2 - 4x + 1 \rightarrow S(2 \mid -3)$
8:03	Wurf und Optimum	Ballwurf · Sport, Brunnen, Brücke, Gewinn
9:04	Jetzt du	drei Aufgaben 3× PAUSE
10:25	Prüfungsfallen	vier typische Fehler
11:09	Skatepark-Baustein	100 m Zaun → 25 m × 25 m = 625 m²
12:01	Zusammenfassung	drei Merksätze
12:28	Quiz	4 Fragen · Endkarte Folge 11 Advanced

04 Typische Fehlvorstellungen

- Lösungsformel, obwohl rechts nicht 0 steht – Kapitel 2 und 11.
- Bei $b = -5$ wird $-b$ zu -5 – Kapitel 6 und 11.
- Nur $\sqrt{D}$ statt des ganzen Zählers durch $2a$ geteilt – Kapitel 5 und 6.
- pq-Formel ohne vorheriges Teilen durch a – Kapitel 5 und 11.
- Scheitel von $(x - 2)^2 - 3$ bei -2 abgelesen – Kapitel 8 und 11.

05 Einsatz im Unterricht

Herleitung: Das Flächenbild der quadratischen Ergänzung mit Papierstreifen legen lassen.

Material: Ballwurf filmen, Höhen ablesen und mit $h(t)$ vergleichen.

Vernetzung: Folge 3 Advanced (binomische Formeln), Folge 5 (Funktionen), Folge 13 (Grenzwerte, Ableitung am Scheitel).

International: quadratic formula, discriminant, completing the square, vertex form, maximum/minimum.

06 Quellen

- Lehrplan 21 / kantonale Gymnasiallehrpläne „Algebra“ · KMK-Bildungsstandards Allgemeine Hochschulreife (2012) · Wurfparabel mit $g \approx 10$ m/s² vereinfacht (ohne Luftwiderstand)

NAME _____ KLASSE _____ DATUM _____

Quadratische Gleichungen und Parabeln für Profis

1 Merksätze ergänzen ●○○

Vor dem Lösen alles auf eine Seite: Rechts steht _____.

Die Diskriminante D = _____ verrät die Anzahl der Lösungen.

$f(x) = a(x - d)^2 + e$ hat den Scheitel S(_____).

2 Faktorisieren ●●○

a) $x^2 + 5x + 6 = 0$ b) $x^2 - 2x - 8 = 0$ c) $x^2 - 9x + 20 = 0$

3 Quadratische Ergänzung ●●○

a) $x^2 + 4x = 12$ b) $x^2 - 10x = -21$ – zeichne zu a) das Flächenbild.

4 Lösungsformel ●●○

a) $2x^2 + 3x - 2 = 0$ b) $x^2 - 4x + 1 = 0$ (auf zwei Stellen runden) c) $3x^2 = 5x + 2$

5 Diskriminante ●○○

Wie viele Lösungen? a) $x^2 + 6x + 9 = 0$ b) $2x^2 - x + 3 = 0$ c) $x^2 - 7 = 0$

6 Scheitelpunktform ●●○

Bestimme den Scheitel: a) $x^2 + 8x + 10$ b) $x^2 - 2x + 5$ c) $-x^2 + 6x$

7 Wasserstrahl ●●●

Ein Springbrunnen spritzt nach $h(t) = -5t^2 + 20t$ (Meter, Sekunden). Wie hoch steigt das Wasser, und wann ist es wieder unten?

8 Skatepark: Zaun an der Mauer ●●●

An einer Seite steht schon eine Mauer. Mit 60 m Zaun sollen die drei anderen Seiten eines Rechtecks eingezäunt werden. Welche Masse ergeben die grösste Fläche?

9 Quiz aus dem Video – kreuze an ●○○

a) $D = 0$ ☐ eine ☐ keine ☐ zwei

b) $(x - 1)^2 + 4$ ☐ S(−1 | 4) ☐ S(1 | 4) ☐ S(4 | 1)

c) $x^2 - 9 = 0$ ☐ nur 3 ☐ 9 ☐ 3 oder −3

d) $-2x^2 + 3$ ☐ nach oben offen ☐ nach unten offen ☐ unklar

Lösungen

1 Merksätze

0 · $b^2 - 4ac$ · d | e

2 Faktorisieren

a) $(x + 2)(x + 3) \rightarrow -2$ oder -3 b) $(x - 4)(x + 2) \rightarrow 4$ oder -2 c) $(x - 4)(x - 5) \rightarrow 4$ oder 5

3 Ergänzung

a) $(x + 2)^2 = 16 \rightarrow 2$ oder -6 b) $(x - 5)^2 = 4 \rightarrow 7$ oder 3

4 Lösungsformel

a) $D = 25 \rightarrow 0{,}5$ oder -2 b) $D = 12 \rightarrow 2 \pm \sqrt{3} \approx 3{,}73$ oder $0{,}27$ c) $3x^2 - 5x - 2 = 0$, $D = 49 \rightarrow 2$ oder $-1/3$

5 Diskriminante

a) $D = 0 \rightarrow$ eine b) $D = -23 \rightarrow$ keine c) $D = 28 \rightarrow$ zwei ($\pm\sqrt{7}$)

6 Scheitel

a) $(x + 4)^2 - 6 \rightarrow S(-4 \mid -6)$ b) $(x - 1)^2 + 4 \rightarrow S(1 \mid 4)$ c) $-(x - 3)^2 + 9 \rightarrow S(3 \mid 9)$

7 Wasserstrahl

$-5(t - 2)^2 + 20 \rightarrow 20$ m nach 2 s · $h = 0$ bei $t = 0$ und $t = 4$ s

8 Zaun an der Mauer

Breite x, Länge $60 - 2x$: $A = x(60 - 2x) = -2(x - 15)^2 + 450 \rightarrow 15$ m × 30 m = 450 m²

9 Quiz

a) eine Lösung b) S(1 | 4) c) 3 oder −3 d) nach unten offen