LEHRERINFO ZUM VIDEO

Trigonometrie für Profis – Einheitskreis, Kosinussatz und Sinuskurve

FACH	STUFE	DAUER	VIDEO
Mathematik	Klasse 10–11 · Gymnasium	13 min	youtube.com/@Erklaerbaer

01 Lernziele

Nach dem Video können die Schülerinnen und Schüler …

- Sinus und Kosinus am Einheitskreis für alle Winkel deuten,
- $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$ mit Pythagoras begründen,
- mit Kosinussatz und Sinussatz in beliebigen Dreiecken rechnen,
- Winkel ins Bogenmass umrechnen,
- Amplitude, Periode und Mittellinie einer Sinusfunktion bestimmen und ein Riesenrad modellieren.

02 Voraussetzungen

sin, cos, tan im rechtwinkligen Dreieck (Folge 11 Grundlagen), Satz des Pythagoras (Folge 9), Funktionen verschieben (Folge 10 Advanced, Scheitelpunktform).

03 Ablauf des Videos

ZEIT	KAPITEL	INHALT UND PRAXISBEISPIEL
0:00	Einstieg	Riesenrad · Dreieck ohne rechten Winkel · Ident
0:33	Was du brauchst	sin, cos im Dreieck · Pythagoras
1:00	Der Einheitskreis	P = (cos α | sin α) · 30°
1:55	Winkel über 90 Grad	sin 150°, cos 120° · $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1$
2:50	Der Kosinussatz	5, 7, 60° → 6,24 PAUSE-FRAGE
4:03	Der Sinussatz	8 cm, 40°, 65° → 11,28 cm · zwei Lösungen

5:09	Das Bogenmass	360° = 2π · RAD
5:54	Die Sinuskurve	abgewickelter Einheitskreis · Periode 2π
6:34	Strecken und Verschieben	a, b, c, d · 3 sin x + 5
7:17	Modell Riesenrad	h(t) = 22 − 20 cos(π/5 · t) · Gezeiten, 50 Hz, 440 Hz
8:14	Jetzt du	drei Aufgaben 3× PAUSE
9:16	Prüfungsfallen	vier typische Fehler
9:55	Skatepark-Baustein	schiefe Ecke: 20 m, 25 m, 70° → 26,1 m
10:38	Zusammenfassung	drei Merksätze
11:10	Quiz	4 Fragen · Endkarte Folge 12 Advanced

04 Typische Fehlvorstellungen

- Rechner auf DEG bei Bogenmass-Aufgaben – Kapitel 6 und 11.
- Periode von sin(2x) als 4π – Kapitel 8 und 11.
- sin(x − 1) nach links verschoben – Kapitel 8 und 11.
- Kosinussatz mit Plus statt Minus – Kapitel 4 und 11.
- Sinussatz bei gesuchtem Winkel: stumpfe Lösung vergessen – Kapitel 5.

05 Einsatz im Unterricht

Digital: Einheitskreis in GeoGebra mit Schieberegler – Koordinaten mitlaufen lassen.

Material: Faden um eine Dose wickeln: Bogenlänge und Winkel vergleichen.

Vernetzung: Elektronik-Serie Folge 5 (Wechselstrom), Physik Schwingungen, Folge 13 (Grenzwerte).

International: unit circle, radians, law of sines, law of cosines, amplitude, period, midline, phase shift.

06 Quellen

- Lehrplan 21 / kantonale Gymnasiallehrpläne · KMK-Bildungsstandards Allgemeine Hochschulreife (2012) · Netzfrequenz 50 Hz (Europa) · Kammerton a^1 = 440 Hz (ISO 16) · halbtägige Gezeiten ≈ 12 h 25 min

NAME _____ KLASSE _____ DATUM _____

Trigonometrie für Profis – Einheitskreis, Kosinussatz und Sinuskurve

1 Merksätze ergänzen ●○○

Am Einheitskreis ist cos α die _____-Koordinate und sin α die _____-Koordinate.

Kosinussatz: $c^2 = a^2 + b^2$ _____.

Bei $a \cdot \sin(b(x - c)) + d$ ist die Periode _____.

2 Am Einheitskreis ablesen ●○○

a) sin 90° b) cos 180° c) sin 210° d) cos 60° e) Begründe: sin 120° = sin 60°.

3 Kosinussatz ●●○

a) $a = 4$, $b = 6$, $\gamma = 50° \rightarrow c = ?$ b) $a = 7$, $b = 8$, $c = 9 \rightarrow \gamma = ?$

4 Sinussatz ●●○

$a = 10$ cm, $\alpha = 30°$, $\beta = 80°$. Berechne γ, b und c.

5 Bogenmass ●○○

a) 45° b) 270° c) $3\pi/2$ in Grad d) 1 (Bogenmass) in Grad

6 Parameter ablesen ●●○

Amplitude, Periode, Mittellinie, Wertebereich: a) $f(x) = 4\sin(x) - 1$ b) $g(x) = \sin(3x) + 2$ c) $h(x) = 0{,}5\cos(x - \pi)$

7 Riesenrad ●●●

Ein Riesenrad hat 60 m Durchmesser, die Achse liegt 32 m hoch, eine Umdrehung dauert 12 min, Einstieg unten. Stelle $h(t)$ auf und berechne die Höhe nach 3 min.

---

8 Skatepark: Diagonale der schiefen Ecke ●●○

Im Dreieck aus Baustein 11 (20 m, 25 m, 70°, dritte Seite 26,1 m): Wie gross ist der Winkel, der der 20-m-Seite gegenüberliegt? (Sinussatz)

9 Quiz aus dem Video – kreuze an ●○○

a) sin 90° ☐ 0 ☐ 0,5 ☐ 1

b) 360° ☐ 2π ☐ π ☐ π/2

c) Kosinussatz ☐ nur rechtwinklig ☐ ohne rechten Winkel ☐ Kreise

d) Periode sin *x* ☐ π ☐ 4π ☐ 2π

Lösungen

1 Merksätze

$x \cdot y \cdot -2ab \cdot \cos\gamma \cdot 2\pi : b$

2 Ablesen

a) 1 b) −1 c) −0,5 d) 0,5 e) gleiche Höhe, an der y-Achse gespiegelt

3 Kosinussatz

a) $c^2 = 16 + 36 - 48 \cdot \cos 50° \approx 21{,}15 \rightarrow c \approx 4{,}60$ b) $\cos\gamma = (49 + 64 - 81) : 112 \approx 0{,}286 \rightarrow \gamma \approx 73{,}4°$

4 Sinussatz

$\gamma = 70° \cdot b = 10 \cdot \sin 80° : \sin 30° \approx 19{,}70$ cm · $c = 10 \cdot \sin 70° : \sin 30° \approx 18{,}79$ cm

5 Bogenmass

a) $\pi/4$ b) $3\pi/2$ c) 270° d) $180° : \pi \approx 57{,}3°$

6 Parameter

a) $4 \cdot 2\pi \cdot y = -1 \cdot -5$ bis 3 b) $1 \cdot 2\pi/3 \cdot y = 2 \cdot 1$ bis 3 c) $0{,}5 \cdot 2\pi \cdot y = 0 \cdot -0{,}5$ bis 0,5

7 Riesenrad

$h(t) = 32 - 30 \cdot \cos(\pi/6 \cdot t) \cdot h(3) = 32 - 30 \cdot \cos(\pi/2) = 32$ m

8 Skatepark

$\sin\beta = 20 \cdot \sin 70° : 26{,}13 \approx 0{,}719 \rightarrow \beta \approx 46{,}0°$ (spitz, weil 20 m nicht die längste Seite ist)

9 Quiz

a) 1 b) 2π c) ohne rechten Winkel d) 2π