PROFESSOR ERKLÄRBÄR

Serie Mathematik · Folge 12 · Advanced

MATHE

LEHRERINFO ZUM VIDEO

Wahrscheinlichkeit für Profis – Baumdiagramm, Kombinatorik, Binomialverteilung

FACH	STUFE	DAUER	VIDEO
Mathematik	Klasse 10–12 · Gymnasium	12 min	youtube.com/@Erklaerbaer

01 Lernziele

Nach dem Video können die Schülerinnen und Schüler …

- mehrstufige Zufallsexperimente mit Baumdiagramm und Pfadregeln berechnen,
- „mindestens“-Aufgaben über das Gegenereignis lösen,
- Anzahlen mit Kombinatorik bestimmen (Potenzen, Fakultät, „n über k“),
- die Binomialverteilung anwenden und den Erwartungswert deuten,
- bedingte Wahrscheinlichkeiten mit einer Vierfeldertafel berechnen.

02 Voraussetzungen

Wahrscheinlichkeit als „günstig durch möglich“, Gesetz der grossen Zahlen (Folge 12 Grundlagen), Potenzen (Folge 7).

03 Ablauf des Videos

ZEIT	KAPITEL	INHALT UND PRAXISBEISPIEL
0:00	Einstieg	mindestens eine Sechs in 10 Würfen? · Ident
0:36	Was du brauchst	günstig : möglich · Potenzen
1:00	Baumdiagramm und Pfadregeln	zweimal würfeln: 1/36 und 10/36
1:51	Das Gegenereignis	$1 - (5/6)^{10} \approx 84\ \%$
2:40	Kombinatorik	Zahlenschloss $10^4 \cdot 5! = 120 \cdot (5 \text{ über } 2) = 10$
3:34	n über k im Baum	(10 über 2) = 45 Pfade
4:04	Die Binomialverteilung	$P(X = 2) \approx 29\ \%$ · Säulendiagramm PAUSE-FRAGE

5:17	Der Erwartungswert	n · p · Simulation vieler Durchgänge
5:48	Bedingte Wahrscheinlichkeit	Spamfilter · Vierfeldertafel mit 1.000 Mails
6:50	Jetzt du	drei Aufgaben 3× PAUSE
8:08	Prüfungsfallen	vier typische Fehler
8:50	Skatepark-Baustein	3 Festtage, je 20 % Regen → 48,8 %
9:25	Zusammenfassung	drei Merksätze
9:56	Quiz	4 Fragen · Endkarte Folge 13 Advanced

04 Typische Fehlvorstellungen

- Entlang eines Pfades addiert – Kapitel 2 und 10.
- „Mindestens eins“ über alle Pfade statt über das Gegenereignis – Kapitel 3 und 10.
- Unabhängigkeit beim Ziehen ohne Zurücklegen angenommen – Kapitel 10.
- P(Spam | markiert) mit P(markiert | Spam) verwechselt – Kapitel 8 und 10.
- Erwartungswert als Ergebnis eines einzelnen Durchgangs gedeutet – Kapitel 7.

05 Einsatz im Unterricht

Experiment: Jede Gruppe würfelt 20-mal zehn Würfe und zählt Sechsen – Klassenergebnis mit dem Säulendiagramm vergleichen.

Diskussion: Medizinischer Test mit 99 % Trefferquote bei seltener Krankheit – Vierfeldertafel aufstellen.

Vernetzung: Folge 7 (Potenzen), Folge 12 Grundlagen, Informatik (Passwortsicherheit).

International: tree diagram, complementary event, factorial, n choose k, binomial distribution, expected value, conditional probability.

06 Quellen

- KMK-Bildungsstandards Allgemeine Hochschulreife (2012), Leitidee „Daten und Zufall“ · Rahmenlehrplan Maturitätsschulen (EDK) · Zahlen im Spamfilter-Beispiel sind Lernwerte

NAME _____ KLASSE _____ DATUM _____

Wahrscheinlichkeit für Profis – Baumdiagramm, Kombinatorik, Binomialverteilung

1 Merksätze ergänzen ●○○

Entlang eines Pfades _____, verschiedene Pfade _____.

„Mindestens eins“ = 1 − _____.

Erwartungswert der Binomialverteilung: _____.

2 Baumdiagramm ●●○

Eine Münze wird dreimal geworfen. Zeichne den Baum. Wie gross ist P(genau zweimal Kopf)?

3 Ohne Zurücklegen ●●○

In einer Tüte sind 3 rote und 2 blaue Kugeln. Du ziehst zwei ohne Zurücklegen. P(beide rot)?

4 Kombinatorik ●●○

a) PIN mit 6 Ziffern b) 6 Läuferinnen auf 6 Bahnen c) 4 aus 10 für ein Team (n über k)

5 Gegenereignis ●●○

Ein Glücksrad gewinnt mit 10 %. Wie oft musst du mindestens drehen, damit P(mindestens ein Gewinn) über 50 % liegt?

6 Binomialverteilung ●●●

Ein Basketballer trifft Freiwürfe mit 70 %. Er wirft 6-mal. a) P(genau 4 Treffer) b) Erwartungswert

7 Medizinischer Test ●●●

1 % der Menschen haben eine Krankheit. Der Test erkennt 99 % der Kranken, schlägt aber auch bei 2 % der Gesunden an. Wie wahrscheinlich ist man bei positivem Test wirklich krank? (Vierfeldertafel mit 10.000 Personen)

---

8 Skatepark: Ausverkauft? ●●○

Von 10 angemeldeten Teams erscheint jedes mit 90 %. Wie wahrscheinlich kommen alle 10?

9 Quiz aus dem Video – kreuze an ●○○

a) zwei Sechsen ☐ 1/3 ☐ 1/36 ☐ 1/12

b) 4! ☐ 24 ☐ 16 ☐ 10

c) Sechsen bei 60 Würfen ☐ 6 ☐ 60 ☐ 10

d) „mindestens eins“ ☐ alle Pfade ☐ Gegenereignis ☐ Median

Lösungen

1 Merksätze

multiplizieren · addieren · P(keins) · n · p

2 Baumdiagramm

3 Pfade mit je $(1/2)^3 = 1/8 \rightarrow 3/8 = 37{,}5\ \%$

3 Ohne Zurücklegen

$3/5 \cdot 2/4 = 6/20 = 30\ \%$

4 Kombinatorik

a) $10^6 = 1.000.000$ b) $6! = 720$ c) (10 über 4) = 210

5 Gegenereignis

$1 - 0{,}9^n > 0{,}5 \rightarrow 0{,}9^n < 0{,}5 \rightarrow n = 7$ ($0{,}9^7 \approx 0{,}478$; $0{,}9^6 \approx 0{,}531$)

6 Binomial

a) (6 über 4) $\cdot\ 0{,}7^4 \cdot 0{,}3^2 = 15 \cdot 0{,}2401 \cdot 0{,}09 \approx 32{,}4\ \%$ b) $6 \cdot 0{,}7 = 4{,}2$ Treffer

7 Test

krank 100 → 99 positiv · gesund 9.900 → 198 positiv · P(krank | positiv) = 99 : 297 ≈ 33 %

8 Skatepark

$0{,}9^{10} \approx 0{,}349 \rightarrow$ etwa 35 %

9 Quiz

a) 1/36 b) 24 c) 10 d) Gegenereignis