LEHRERINFO ZUM VIDEO

Unendlich und Grenzwerte – Ist 0,999… gleich 1?

FACH	STUFE	DAUER	VIDEO
Mathematik	Klasse 9–10 · Ausblick	10 min	youtube.com/@Erklaerbaer

01 Lernziele

Nach dem Video können die Schülerinnen und Schüler …

- Zahlenfolgen beschreiben und angeben, wohin sie sich nähern,
- erklären, was ein Grenzwert ist: beliebig nahe kommen, ohne ihn erreichen zu müssen,
- erkennen, dass unendlich viele Teile eine endliche Summe haben können,
- begründen, warum 0,999… = 1 gilt.

02 Voraussetzungen

Brüche und Dezimalzahlen (Folge 2), Kreisumfang (Folge 8), Zufall (Folge 12). Keine Formeln nötig – die Folge ist ein anschaulicher Ausblick auf die Analysis.

03 Ablauf des Videos

ZEIT	KAPITEL	INHALT UND PRAXISBEISPIEL
0:00	Einstieg	0,999… = 1? · Ident · Serien-Fahrplan
0:41	Immer halbieren	Pizza · Rest gegen 0
1:16	Annäherung an eine Zahl	0,9; 0,99; … → 1 PAUSE-FRAGE
2:07	Unendlich viele Teile	½ + ¼ + ⅛ + … = 1 (Quadratbild)
2:45	Ist 0,999… gleich 1?	3 · 1/3 · keine Zahl dazwischen
3:31	Achilles und die Schildkröte	9 + 0,9 + 0,09 + … = 10 s
4:13	π mit Vielecken	6- bis 96-Eck · π ≈ 3,14
4:48	Grenzwerte im Alltag	Würfel · Tee · Akku

5:09	Jetzt du	zwei Aufgaben 2× PAUSE
6:07	Typische Fehler	vier Missverständnisse
6:50	Skatepark-Baustein	Quarterpipe aus Brettern → π m
7:24	Zusammenfassung	drei Merksätze
7:46	Quiz	4 Fragen · Endkarte Folge 14

04 Typische Fehlvorstellungen

- Ein Grenzwert müsse erreicht werden – Kapitel 1 und 9.
- Unendlich viele Summanden ergäben immer unendlich – Kapitel 3 und 9.
- 0,999… sei „ein bisschen weniger“ als 1 – Kapitel 4 und 9.
- ∞ sei eine Zahl, mit der man normal rechnen kann – Kapitel 9.

05 Einsatz im Unterricht

Papier: Ein Blatt immer wieder halbieren und die Teile auf ein zweites Blatt legen – die Summe füllt es fast vollständig.

Diskussion: „0,999… = 1“ als Klassendebatte, danach beide Begründungen aus dem Video.

Vernetzung: Folge 8 (Kreis), Folge 12 (Gesetz der grossen Zahlen), Folge 13 Advanced (Grenzwerte rechnen, Ableitung).

International: limit, sequence, infinite series, converge, infinity, Zeno's paradox.

06 Quellen

- Archimedes, „Kreismessung“ (3 10/71 < π < 3 1/7) · Zenon von Elea, Paradoxien (überliefert bei Aristoteles, Physik VI) · Lehrplan 21, „Zahl und Variable“ (Ausblick)

NAME _____ KLASSE _____ DATUM _____

Unendlich und Grenzwerte – Ist 0,999... gleich 1?

1 Merksätze ergänzen ●○○

Ein Grenzwert ist der Wert, dem eine Folge _____ kommt.

½ + ¼ + ⅛ + ... = _____.

0,999... und 1 sind _____ Zahl.

2 Wohin geht die Folge? ●○○

a) 5,1; 5,01; 5,001; ... b) 1; 1/10; 1/100; ... c) 0,3; 0,33; 0,333; ... d) 2; 4; 8; 16; ...

3 Halbieren ●●○

Ein 1 m langes Seil: Du schneidest jeden Tag die Hälfte vom Rest ab. Wie lang ist der Rest nach 5 Tagen? Wann ist er kürzer als 1 cm?

4 Summe ●●○

Berechne ½ + ¼ + ⅛ + 1/16 + 1/32. Wie viel fehlt noch bis 1?

5 0,999... = 1 ●●○

Begründe mit 2/3 = 0,666..., dass 0,999... = 1 ist.

6 Achilles ●●●

Achilles läuft doppelt so schnell wie die Schildkröte, die 50 m Vorsprung hat. Die Schildkröte schafft 1 m pro Sekunde. Wann holt Achilles sie ein? Rechne einmal direkt und einmal mit der Summe der Abschnitte.

7 Skatepark: noch eine Kurve ●●○

Eine kleinere Quarterpipe hat r = 1,5 m. Wie lang ist ihr Viertelkreis? Wie lang wären 2 gerade Bretter (Näherung)?

8 Quiz aus dem Video – kreuze an ●○○

a) 1, ½, ¼ … erreicht 0? ☐ ja ☐ nein, nur nahe ☐ bleibt bei ½

b) ½ + ¼ + … ☐ 1 ☐ unendlich ☐ 2

c) 0,999… < 1? ☐ ja ☐ kommt darauf an ☐ nein, = 1

d) 0,9; 0,99; … ☐ 0,9 ☐ 1 ☐ 10

Lösungen

1 Merksätze

beliebig nahe · 1 · dieselbe

2 Folgen

a) 5 b) 0 c) 1/3 d) kein Grenzwert – wächst über alle Grenzen

3 Halbieren

nach 5 Tagen 1/32 m ≈ 3,1 cm · nach 7 Tagen 1/128 m ≈ 0,78 cm < 1 cm

4 Summe

31/32 · es fehlt 1/32

5 0,999…

1/3 + 2/3 = 1 und 0,333… + 0,666… = 0,999… → 0,999… = 1

6 Achilles

direkt: 2 m/s gegen 1 m/s, Abstand schrumpft um 1 m/s → 50 s · Abschnitte: 25 + 12,5 + 6,25 + … = 50 s

7 Skatepark

2 · π · 1,5 : 4 ≈ 2,36 m · zwei Bretter: 2 · 2 · 1,5 · sin(22,5°) ≈ 2,30 m

8 Quiz

a) nein, beliebig nahe b) 1 c) nein, = 1 d) 1