PROFESSOR ERKLÄRBÄR

Serie Physik · Folge 4 · Advanced

PHYSIK

LEHRERINFO ZUM VIDEO

Gravitation und Himmelsmechanik

FACH	STUFE	DAUER	VIDEO
Physik	Gymnasium · Sek II (Matura/Abitur)	14 min	youtube.com/@Erklaerbaer

01 Lernziele

Nach dem Video können die Schülerinnen und Schüler …

- Newtons Vergleich von Apfel und Mond nachvollziehen und daraus die $1/r^2$-Abhängigkeit begründen,
- das Gravitationsgesetz $F = G \cdot m_1 \cdot m_2 / r^2$ anwenden und die Gravitationskonstante einordnen (Cavendish),
- den Ortsfaktor $g = G \cdot M / R^2$ herleiten, damit die Erdmasse bestimmen und die Höhenabhängigkeit von g berechnen,
- aus dem Ansatz Gravitationskraft = Zentripetalkraft die Bahngeschwindigkeit $v = \sqrt{(G \cdot M / r)}$ und die Umlaufzeit von Satelliten berechnen,
- die geostationäre Bahn (Sterntag) herleiten,
- die drei Keplerschen Gesetze formulieren und das dritte für Kreisbahnen aus der Mechanik ableiten.

02 Voraussetzungen

Folge 4 Grundlagen („Schwerkraft“): Masse und Gewichtskraft, $F_G = m \cdot g$. Folge 3 Advanced: Kreisbewegung, $F_Z = m \cdot v^2 / r$, ω, T. Folge 2 Advanced: drittes Axiom. Mathematisch: Zehnerpotenzen, Wurzeln, Gleichungen umstellen. Energie im Gravitationsfeld (Fluchtgeschwindigkeit) folgt in Folge 5 Advanced.

03 Ablauf des Videos

ZEIT	KAPITEL	INHALT UND PRAXISBEISPIEL
0:00	Einstieg	Die ISS fällt dauernd – warum stürzt sie nicht ab? · Ident · Serien-Fahrplan (Mini-Wasserturbine)
0:46	Was du brauchst	Wiederholung: $F_G = m \cdot g$, Masse und Gewichtskraft (04G), Zentripetalkraft (03A)

1:22	Apfel und Mond	Mond 60 Erdradien entfernt, $a \approx 0{,}0027$ m/s² = $g/3600$ · Newtons Kanonenkugel
2:22	Das Gravitationsgesetz	$F = G \cdot m_1 \cdot m_2 / r^2$, $2r \rightarrow$ ¼ · drittes Axiom (600 N) · Cavendish · zwei Menschen: $2{,}8 \cdot 10^{-7}$ N
3:33	Der Ortsfaktor	$g = G \cdot M / R^2$ · die Erde wiegen: $6 \cdot 10^{24}$ kg · Äquator/Pol · ISS-Höhe 8,7 m/s² PAUSE-FRAGE $r = 2R \rightarrow 2{,}45$ m/s²
4:54	Die Kreisbahn	$v = \sqrt{(G \cdot M / r)}$ · ISS 420 km: 7,66 km/s · Bahnanhebung · Starlink 550 km: 7,59 km/s
6:12	Umlaufzeit und geostationäre Bahn	$T = 2\pi r / v$: ISS 93 min, 16 Sonnenaufgänge · Sterntag 23 h 56 min $\rightarrow r \approx 42\,000$ km · Satellitenschüssel, GPS
7:14	Die Keplerschen Gesetze	Ellipsen, Flächensatz (Erde im Januar am schnellsten), T^2/a^3 · Mars 1,88 a PAUSE-FRAGE Erdmasse aus der Mondbahn
8:55	Turbinen-Baustein 4	Zwei Flutberge · Gezeitenkraftwerk an der Rance (seit 1966, bis 13 m Tidenhub, 240 MW) · Ausblick Folge 5
9:50	Prüfungsfallen	vier typische Fallen (siehe 04)
10:35	Zusammenfassung	Kernaussagen · Auflösung des Einstiegs
11:09	Quiz	4 Fragen · Endkarte Folge 5 Advanced

04 Fehlvorstellungen und Prüfungsfallen

- Abstand r ab der Erdoberfläche statt ab dem Erdmittelpunkt gemessen (Kapitel 5, 9).
- Kilometer nicht in Meter umgerechnet – G ist in SI-Einheiten (Kapitel 9).
- „Schwere Satelliten brauchen eine andere Geschwindigkeit.“ – Die Satellitenmasse kürzt sich (Kapitel 5, 9, Quiz).
- Geostationär = 24 h – richtig ist ein Sterntag, 23 h 56 min (Kapitel 6, 9, Quiz).
- „In der ISS gibt es keine Schwerkraft.“ – Dort sind es noch rund 89 % von g; die Station ist im freien Fall (Kapitel 4, 5).
- „Die Erde zieht mich stärker an als ich die Erde.“ – Beide Kräfte sind gleich gross (drittes Axiom, Kapitel 3).

05 Einsatz im Unterricht

Einstieg: Die ISS-Frage stellen, Newtons Kanonenkugel skizzieren lassen; dann Kapitel 2–3.

Recherche: Aktuelle Bahnhöhe der ISS nachschlagen und die Umlaufzeit vorhersagen; mit einem Überflug-Rechner (z. B. „Spot the Station“ der NASA) vergleichen.

Vertiefung: Aufgaben 5–8 (Satellit, geostationäre Bahn, Kepler, Jupitermasse) als Gruppenarbeit.

Prüfungsvorbereitung: Kapitel 9 und das Arbeitsblatt (Aufgaben im Stil von Matura-/Abiturprüfungen mit Operatoren).

Hinweis: Im Video wird mit Kreisbahnen gerechnet; für Ellipsen ersetzt die grosse Halbachse a den Radius r. Die Gezeiten sind qualitativ erklärt (Differenz der Mondanziehung zwischen Erdmittelpunkt und Oberfläche).

06 Quellen

- CODATA 2018: $G = 6{,}674\,30 \cdot 10^{-11}$ N·m²/kg² · $GM_{\text{Erde}} = 3{,}986 \cdot 10^{14}$ m³/s² (IERS Conventions)
- NASA: ISS Facts and Figures (Bahnhöhe ≈ 400–420 km, ≈ 92–93 min pro Umlauf) · NASA Planetary Fact Sheet (Mars $a = 1{,}524$ AE, Jupiter $a = 5{,}20$ AE)
- Cavendish, H. (1798): Experiments to determine the Density of the Earth. Phil. Trans. R. Soc. 88, 469–526
- EDF: Usine marémotrice de la Rance (240 MW, Inbetriebnahme 1966, Tidenhub bis ≈ 13,5 m)
- EDK: Rahmenlehrplan für die Maturitätsschulen (Physik) · KMK: Bildungsstandards im Fach Physik für die Allgemeine Hochschulreife (2020)

NAME _____ KLASSE _____ DATUM _____

Gravitation und Himmelsmechanik

Aufgaben im Stil von Matura- und Abiturprüfungen. Rechne mit $G = 6{,}674 \cdot 10^{-11}$ N·m²/kg², $M_{Erde} = 5{,}97 \cdot 10^{24}$ kg, $R_{Erde} = 6371$ km, $g = 9{,}81$ m/s². Rechne immer in Metern, Kilogramm und Sekunden.

1 Merksätze ergänzen ●○○

Zwei Massen ziehen sich an mit F = _____. Doppelter Abstand heisst _____ der Kraft.

Auf einer Kreisbahn liefert die Gravitation die _____; daraus folgt v = _____.

Für alle Planeten einer Sonne ist _____ gleich gross.

2 Erde und Mond ●○○

Der Mond ($7{,}35 \cdot 10^{22}$ kg) ist im Mittel 384 400 km von der Erde entfernt. **Berechne** die Gravitationskraft zwischen Erde und Mond.

3 Ortsfaktor auf dem Mars ●○○

Der Mars hat eine Masse von $6{,}42 \cdot 10^{23}$ kg und einen Radius von 3390 km. **Berechne** den Ortsfaktor an seiner Oberfläche und **vergleiche** mit der Erde.

4 Halbes g ●●○

Bestimme, in welcher Höhe über der Erdoberfläche der Ortsfaktor nur noch halb so gross ist wie am Boden.

5 Satellit in 1000 km Höhe ●●○

a) **Leite** $\boldsymbol{v} = \sqrt{(\boldsymbol{G}\cdot\boldsymbol{M}/\boldsymbol{r})}$ aus dem Kräfteansatz **her**. b) **Berechne** Bahngeschwindigkeit und Umlaufzeit eines Satelliten in 1000 km Höhe. c) **Begründe**, warum ein doppelt so schwerer Satellit auf dieser Bahn gleich schnell fliegt.

6 Geostationäre Bahn ●●●

a) **Leite** aus $\boldsymbol{v} = \sqrt{(\boldsymbol{G}\cdot\boldsymbol{M}/\boldsymbol{r})}$ und $\boldsymbol{T} = 2\pi\boldsymbol{r}/\boldsymbol{v}$ die Formel $\boldsymbol{r}^3 = \boldsymbol{G}\cdot\boldsymbol{M}\cdot\boldsymbol{T}^2/(4\pi^2)$ **her**. b) **Berechne** Bahnradius, Höhe und Bahngeschwindigkeit für $\boldsymbol{T}$ = 23 h 56 min 4 s. c) **Erläutere**, warum ein geostationärer Satellit über dem Äquator stehen muss.

7 Drittes Keplersches Gesetz ●●○

Jupiter ist im Mittel 5,20 AE von der Sonne entfernt. **Berechne** seine Umlaufzeit in Jahren. **Begründe**, warum du dafür weder $\boldsymbol{G}$ noch die Sonnenmasse brauchst.

8 Jupiter wiegen ●●●

Der Jupitermond Io umkreist Jupiter in 421 700 km Abstand in 1,769 Tagen. **Bestimme** daraus die Masse des Jupiters.

9 Schwerelos? ●●○

Beurteile die Aussage „In der ISS gibt es keine Schwerkraft“. **Berechne** dazu den Ortsfaktor in 420 km Höhe.

10 Gezeiten ●●○

Erkläre, warum es auf der Erde zwei Flutberge gibt, und warum Ebbe und Flut an einer Küste etwa alle sechs Stunden wechseln (Hinweis: Der Mond steht nach 24 h 50 min wieder an derselben Stelle am Himmel).

---

11 Quiz aus dem Video – kreuze an ●○○

a) 3 × *r* → *F* ☐ ⅓ ☐ 1/9 ☐ 3 ×

b) *v* hängt von der Satellitenmasse ab ☐ nein ☐ ja, schwere schneller ☐ ja, schwere langsamer

c) am schnellsten ☐ sonnennächster Punkt ☐ sonnenfernster Punkt ☐ überall gleich

d) geostationär ☐ 24 h ☐ 23 h 56 min ☐ 12 h

Lösungen

1 Merksätze

$G \cdot m_1 \cdot m_2 / r^2$, ein Viertel · Zentripetalkraft, $\sqrt{(G \cdot M / r)} \cdot T^2 / a^3$

2 Erde und Mond

$F = 6{,}674 \cdot 10^{-11} \cdot 5{,}97 \cdot 10^{24} \cdot 7{,}35 \cdot 10^{22} / (3{,}844 \cdot 10^{8})^2 \approx 1{,}98 \cdot 10^{20}$ N.

3 Mars

$g = G \cdot M / R^2 = 6{,}674 \cdot 10^{-11} \cdot 6{,}42 \cdot 10^{23} / (3{,}39 \cdot 10^{6})^2 \approx 3{,}73$ m/s², also rund 38 % des Erdwerts.

4 Halbes g

$g \sim 1/r^2 \Rightarrow$ halbes g bei $r = \sqrt{2} \cdot R \approx 1{,}414 \cdot 6371$ km ≈ 9010 km $\Rightarrow$ Höhe ≈ 2640 km.

5 Satellit

a) $G \cdot M \cdot m / r^2 = m \cdot v^2 / r \Rightarrow v^2 = G \cdot M / r$. b) $r = 7371$ km: $v = \sqrt{(3{,}986 \cdot 10^{14} / 7{,}371 \cdot 10^{6})} \approx 7{,}35$ km/s; $T = 2\pi r / v \approx 6300$ s ≈ 105 min. c) Die Satellitenmasse m steht auf beiden Seiten und kürzt sich heraus.

6 Geostationär

a) $v = 2\pi r / T$ einsetzen: $4\pi^2 r^2 / T^2 = G \cdot M / r \Rightarrow r^3 = G \cdot M \cdot T^2 / (4\pi^2)$. b) $T = 86\,164$ s: $r \approx 42\,160$ km, Höhe $\approx 35\,800$ km, $v = 2\pi r / T \approx 3{,}07$ km/s. c) Die Bahnebene geht durch den Erdmittelpunkt; nur in der Äquatorebene dreht sich der Satellit parallel zur Erdoberfläche mit und steht über demselben Punkt.

7 Jupiter

In Jahren und AE gilt für die Erde $T^2 / a^3 = 1 \Rightarrow T = 5{,}20^{1{,}5} \approx 11{,}9$ Jahre. Die Konstante $4\pi^2 / (G \cdot M)$ ist für alle Planeten gleich und fällt im Verhältnis zur Erde heraus.

8 Jupitermasse

$T = 1{,}769 \cdot 86\,400$ s $\approx 1{,}528 \cdot 10^{5}$ s; $M = 4\pi^2 \cdot r^3 / (G \cdot T^2) = 4\pi^2 \cdot (4{,}217 \cdot 10^{8})^3 / (6{,}674 \cdot 10^{-11} \cdot (1{,}528 \cdot 10^{5})^2) \approx 1{,}9 \cdot 10^{27}$ kg (rund 318 Erdmassen).

9 Schwerelos?

$g = 9{,}81 \cdot (6371/6791)^2 \approx 8{,}6$ m/s², also rund 88 % des Bodenwerts. Die Aussage ist falsch: Die Schwerkraft wirkt fast voll, aber Station und Astronauten fallen gemeinsam (freier Fall auf der Kreisbahn); deshalb drückt nichts gegen den Boden.

10 Gezeiten

Auf der mondnahen Seite zieht der Mond stärker als im Erdmittelpunkt (Wasser bleibt „vorne“ zurück), auf der mondfernen Seite schwächer (Wasser bleibt „hinten“ zurück): zwei Flutberge. Die Erde dreht sich in 24 h 50 min unter beiden hindurch: zweimal Flut, zweimal Ebbe, Wechsel etwa alle 6 h 12 min.

11 Quiz

a) 1/9 b) nein c) sonnennächster Punkt d) 23 h 56 min